

Brevet blanc n° 2

Épreuve de mathématiques

Durée de l'épreuve : 2 h 00

Le sujet est à rendre avec sa copie

Ce sujet comporte **6 pages numérotées de la page 1 à la page 6.**
(Exercices de la page 1 à 5 ; Annexes sur la page 6).

Dès qu'il vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Le sujet est composé de 8 exercices indépendants et d'une annexe.
Ces exercices peuvent être traités dans l'ordre qui vous convient.

La qualité de la rédaction ainsi que la présentation seront prises en compte dans l'évaluation.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée. L'usage de tout document est interdit.

Domaine	Exercice	Intitulé de la compétence évaluée	Niveau
D 1.1	Ex 7 : 2.	Expliquer sa démarche à l'écrit	Co3
D 1.3	Ex 5 : 1.a, 1.c et 2	Calculer en utilisant le langage algébrique	Ca3
	Ex 4 : 3.	Utiliser un langage algorithmique	Co6
	Ex 5 : 3.	Utiliser le langage du tableur	Co7
	Ex 8 : 2.4.	Représenter graphiquement des données dans le cadre des fonctions	Re2
D 2	Ex 6.3.	S'engager dans une démarche scientifique	Ch2

Le niveau obtenu sera codé comme suit :

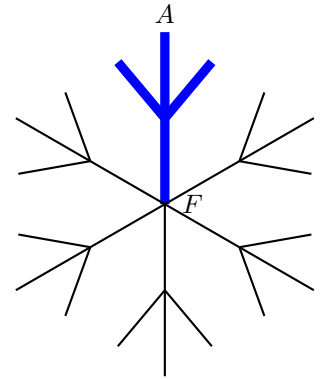
- x = Absence de Réponse
- 1 = Maîtrise Insuffisante
- 2 = Maîtrise Fragile
- 3 = Maîtrise Satisfaisante
- 4 = Très Bonne Maîtrise

Exercice 1 – 9 points

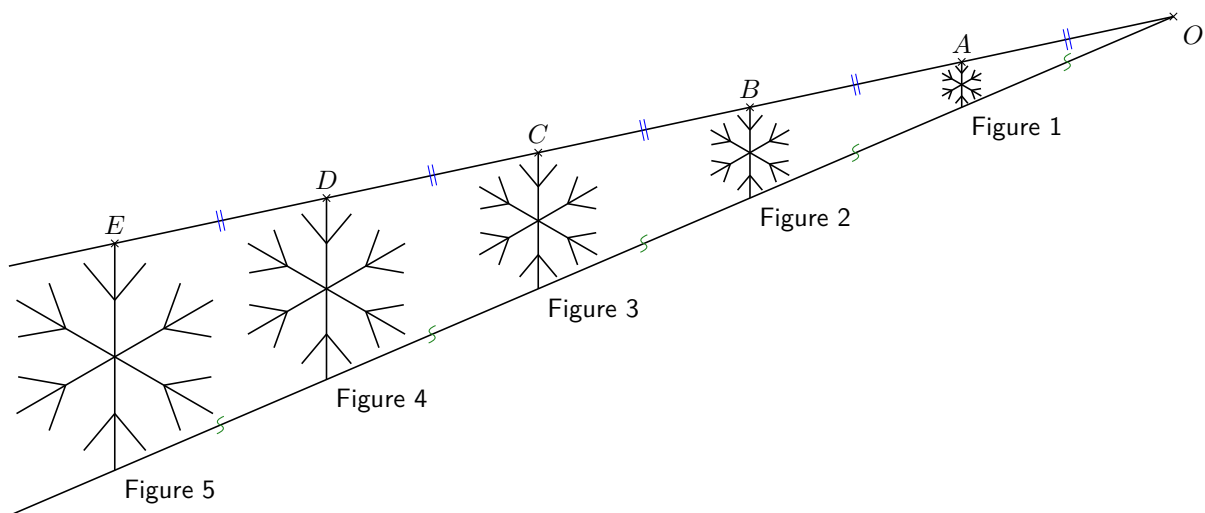
1. **En détaillant les calculs**, donner la décomposition en produits de facteurs premiers des nombres suivants : 54 ; 48 ; 78 et 180.
2. Paul a acheté une machine à expresso. Il a consommé 54 cafés *Volluto*, 48 cafés *Caramelito* et 78 cafés *Cosi* ces deux derniers mois.
Quelle est la proportion de sa consommation en café *Volluto* ces deux derniers mois ?
Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible après avoir détaillé les calculs.

Exercice 2 – 6 points

Avec un logiciel de géométrie dynamique, on a construit la figure ci-contre. Le motif initial qui a permis de construire ce flocon est la branche, ici surlignée en gras, dont deux de ses extrémités sont les points A et F .



1. Préciser la transformation **et ses éléments caractéristiques** permettant de passer du motif initial au flocon.
2. En appliquant à ce flocon des homothéties de centre O et de rapports différents, on a ensuite obtenu les figures suivantes :



- a. Quel est le rapport de l'homothétie de centre O qui permet d'obtenir la figure 3 à partir de la figure 1. Aucune justification n'est attendue.
- b. On applique l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{3}{5}$ à la figure 5. Quel est le numéro de la figure obtenue ? Aucune justification n'est attendue.

Exercice 3 – 7 points

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? **Justifier.**

1. **Affirmation 1** : « Le reste de la division euclidienne de 1 548 par 64 est 24. »
2. **Affirmation 2** : « Une expression factorisée de $25x^2 - 16$ est $(5x - 4)^2$. »
3. **Affirmation 3** : « L'équation $5x + 12 = 3$ a pour solution $-1,8$. »

Exercice 4 – 18 points

« S'orienter à 90 » signifie que l'on se tourne vers la droite.

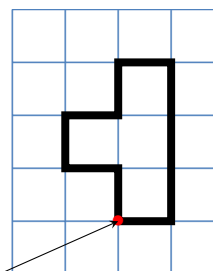
Mathieu, Pierre et Élise souhaitent tracer le motif ci-dessous à l'aide de leur ordinateur. Ils commencent tous par le **script commun** ci-dessous, mais écrivent un script **Motif** différent.

Script commun aux trois élèves

```

1 Quand [drapeau] est cliqué
2 aller à x: -160 y: -100
3 s'orienter à 90
4 effacer tout
5 mettre la taille du stylo à 4
6 stylo en position d'écriture
7 Motif
  
```

Motif



Point de départ

Le quadrillage a des carreaux qui mesurent 10 pixels de côté.

Motif de Mathieu

```

définir Motif
avancer de 10
tourner de 90 degrés
avancer de 30
tourner de 90 degrés
avancer de 20
répéter 2 fois
  tourner de 90 degrés
  avancer de 10
tourner de 90 degrés
avancer de 20
  
```

Motif de Pierre

```

définir Motif
avancer de 10
tourner de 90 degrés
avancer de 30
répéter 2 fois
  tourner de 90 degrés
  avancer de 10
  tourner de 90 degrés
  avancer de 10
  tourner de 90 degrés
  avancer de 10
tourner de 90 degrés
  
```

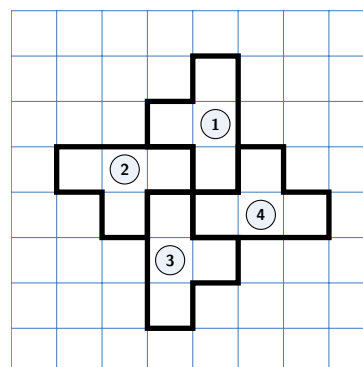
Motif d'Élise

```

définir Motif
avancer de 10
tourner de 90 degrés
avancer de 30
répéter 2 fois
  tourner de 90 degrés
  avancer de 10
  tourner de 90 degrés
  avancer de 10
  tourner de 90 degrés
  avancer de 10
tourner de 90 degrés
  
```

- Tracer le motif de Mathieu en prenant comme échelle : 1 cm pour 10 pixels.
- Quel élève a un script permettant d'obtenir le motif souhaité ? On ne demande pas de justifier.

- On utilise ce motif pour obtenir la figure ci-contre. Quelle transformation du plan permet de passer à la fois du motif 1 au motif 2, du motif 2 au motif 3 et du motif 3 au motif 4 ?
 - Modifier le **script commun** à partir de la ligne 7 incluse pour obtenir la figure voulue. On écrira sur la copie uniquement la partie modifiée. Vous pourrez utiliser certaines ou toutes les instructions suivantes :





4. Un élève trace les deux figures A et B que vous trouverez en **Annexe 1** page 6.
Placer sur cette annexe, **qui est à rendre avec la copie**, le centre O de la symétrie centrale qui transforme la figure A en la figure B.

Exercice 5 – 16 points

Soit f la fonction définie par $f : x \mapsto 4x^2 + 11x - 3$.

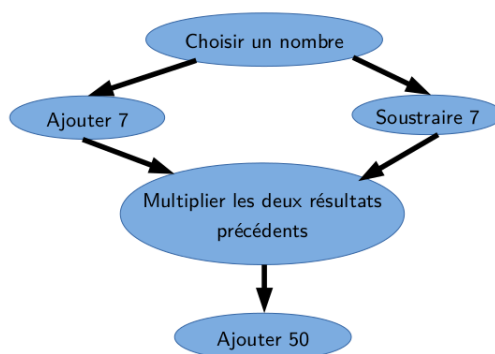
1.
 - a. Montrer que $f(2) = 35$.
 - b. Écrire une phrase avec le mot « antécédent » pour traduire l'égalité $f(3) = 66$.
 - c. Donner la valeur de l'image de -2 par la fonction f . Détailler vos calculs.
2.
 - a. Montrer que $(4x - 1)(x + 3)$ est une expression factorisée de $f(x)$.
 - b. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
3. Pour connaître les images de différents nombres par la fonction f , on a utilisé un tableur. Une partie du tableau de valeurs est reproduite ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	x	$-1,5$	$-0,5$	0	$0,5$	1	$1,5$	2	$2,5$	3	$3,5$	4
2	$f(x)$	$-10,5$	$-7,5$	-3	$3,5$	12	$22,5$	35	$49,5$	66	$84,5$	105

Quelle formule a-t-il fallu saisir dans la cellule B2 avant de l'étirer vers la droite pour obtenir ce tableau de valeurs ?

Exercice 6 – 12,5 points

On considère le programme de calcul suivant :



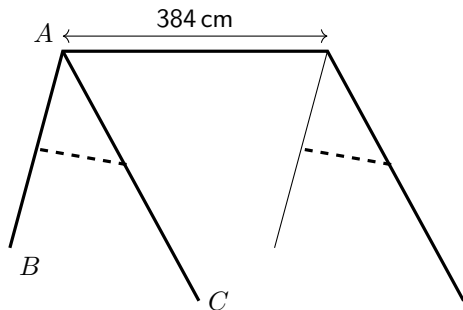
1. Montrer que si le nombre choisi au départ est 2, alors le résultat obtenu est 5.
2. Quel est le résultat obtenu avec ce programme si le nombre choisi au départ est -10 ?
3. Un élève s'aperçoit qu'en calculant le double de 2 et en rajoutant 1, il obtient 5, soit le même résultat que celui qu'il a obtenu à la question 1.
Il pense alors que le programme de calcul revient à calculer le double du nombre de départ et à ajouter 1.
A-t-il raison ? Expliquer votre réponse.
4. Si x désigne le nombre choisi au départ, montrer que le résultat du programme de calcul est $x^2 + 1$.
5. Quel(s) nombre(s) doit-on choisir au départ du programme de calcul pour obtenir 17 comme résultat ?

Exercice 7 – 16,5 points

Une entreprise fabrique des portiques pour installer des balançoires sur des aires de jeux.

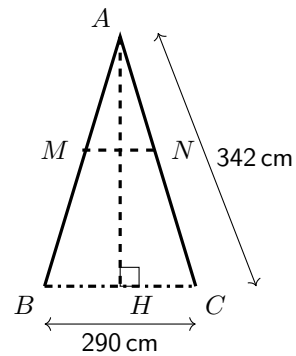
Document 1 : croquis d'un portique

Vue d'ensemble



- : poutres en bois de diamètre 100 mm
- - - - : barres de maintien latérales en bois

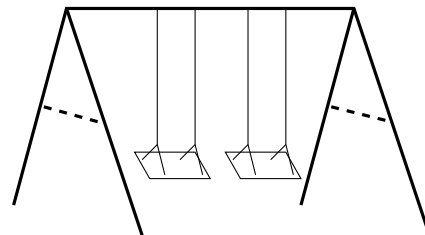
Vue de côté



- ABC est un triangle isocèle en A .
- H est le milieu de $[BC]$.
- (MN) est parallèle à (BC) .

Document 2 : coût du matériel

- Poutres en bois de diamètre 100 mm :
 - Longueur 4 m : 12,99 € l'unité ;
 - Longueur 3,5 m : 11,75 € l'unité ;
 - Longueur 3 m : 10,25 € l'unité.
- Barres de maintien latérales en bois :
 - Longueur 3 m : 6,99 € l'unité ;
 - Longueur 2 m : 4,75 € l'unité ;
- Ensemble des fixations nécessaires pour un portique : 80 €.
- Ensemble de deux balançoires pour un portique : 50 €.



1. Les barres de maintien doivent être fixées à 165 cm du sommet ($AN = 165$ cm).
Montrer que la longueur MN de chaque barre de maintien est d'environ 140 cm.
2. Montrer que le coût minimal d'un tel portique équipé de balançoires s'élève à 196,98 €.
3. L'entreprise veut vendre ce portique équipé 20 % plus cher que son coût minimal.
Déterminer ce prix de vente arrondi au centime près.
4. Pour des raisons de sécurité, l'angle \widehat{BAC} doit être compris entre 45° et 55° .
Ce portique respecte-t-il cette condition ?

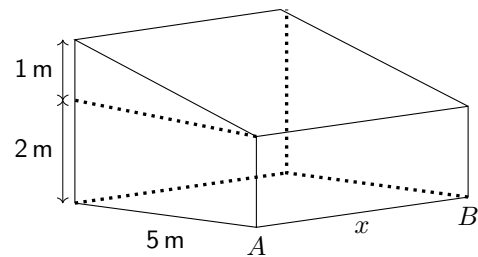
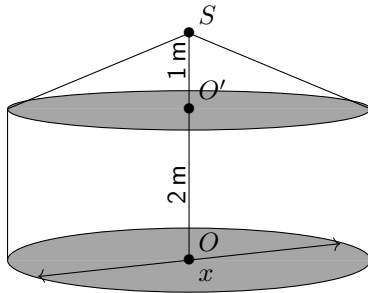
Exercice 8 – 15 points

Mario souhaite construire une habitation.

Il hésite entre une **case** et une **maison** en forme de prisme droit.

La case est représentée par un cylindre droit d'axe (OO') surmontée d'un cône de révolution de sommet S . Les dimensions sont données sur les figures suivantes.

x représente à la fois le diamètre de la case et la longueur AB du prisme droit.



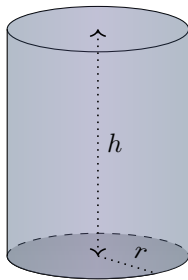
Partie 1 :

Dans cette partie, on considère que $x = 6$ m.

1. Montrer que le volume exact de la partie cylindrique de la case est 18π m³.
2. Calculer le volume de la partie conique. Arrondir à l'unité.
3. En déduire que le volume total de la case est environ 66 m³.

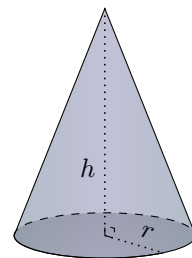
Rappels :

Cylindre de rayon r et de hauteur h



$$\text{Volume} = \pi \times r^2 \times h$$

Cône de rayon r et de hauteur h



$$\text{Volume} = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$$

Partie 2 :

Dans cette partie, le diamètre est exprimé en mètres, le volume en m³.

Sur l'annexe page 6, on a représenté la fonction qui donne le volume total de la case en fonction de son diamètre x .

1. Par lecture graphique, donner une valeur approchée du volume d'une case de 7 m de diamètre.
Sur l'**annexe 2** page 6, tracer les pointillés permettant cette lecture.

La fonction qui donne le volume de la maison en forme de prisme droit est définie par

$$V(x) = 12,5x$$

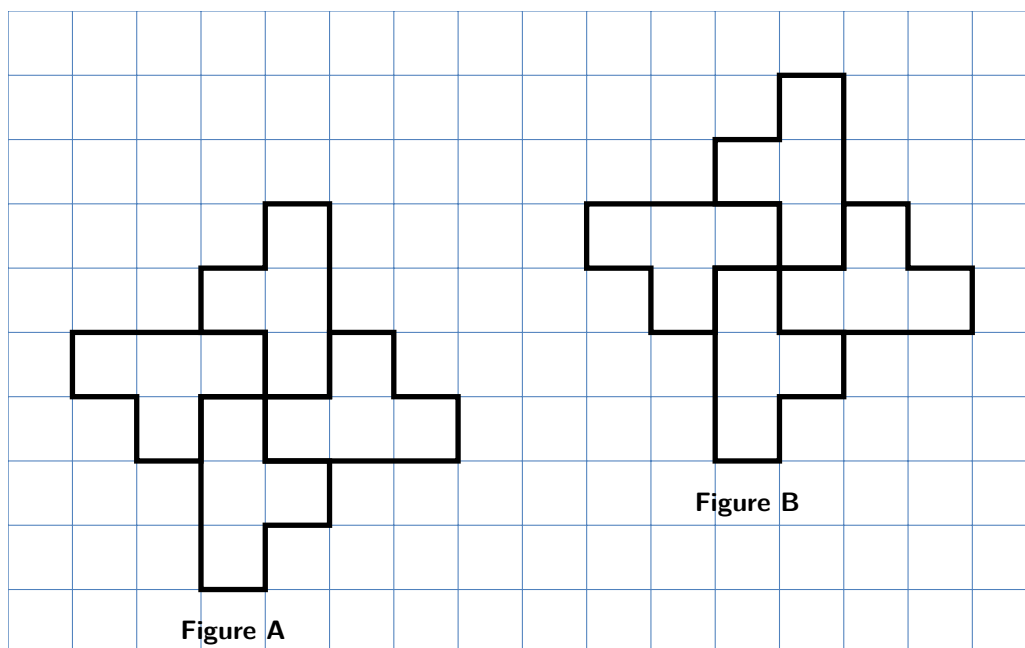
2. Calculer l'image de 8 par la fonction V .
3. Quelle est la nature de la fonction V ?
4. Sur l'**annexe 2** page 6, tracer la représentation graphique de la fonction V .

Pour des raisons pratiques, la valeur maximale de x est de 6 m. Mario souhaite choisir la construction qui lui offre le plus grand volume.

5. Quelle construction devra-t-il choisir ? Justifier.

N° candidat :

Annexe 1 – Exercice 4



Annexe 2 – Exercice 8

Partie 2 : questions 1 et 3

